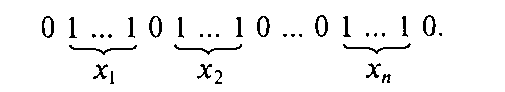
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

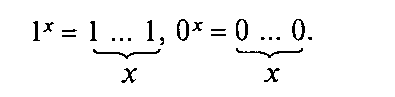
Тема: Обчислювані за Тюрингом функції

**Визначення.** Функція називається*обчислюваною за Тюрингом***,** якщо існує машина Тюринга, що обчислює її, тобто така машина Тюринга, яка обчислює її значення для тих наборів значень аргументів, для яких функція визначена, і яка працює вічно, якщо функція для цього набору значень аргументів не визначена.

Залишається домовитися про деякі умовності для того, щоб це визначення стало до кінця точним. По-перше, нагадаємо, що йдеться про функції (чи можливо про часткові функції, тобто не усюди визначені), задані на безлічі натуральних чисел і які набувають також натуральних значень. По-друге, треба домовитися, як записувати на стрічці машини Тюринга значення *х1, х2, ..., хп* аргументів функції *f*(*х1, х2, ..., хп* ), з якого положення починати переробку початкового слова і, накінець, в якому положенні набувати значення функції. Це можна робити, наприклад, таким чином. Значення *х1, х2, ..., хп* аргументів розташовуватимемо на стрічці у вигляді наступного слова:



Тут корисно ввести наступні позначення. Для натурального х позначаємо:



Додатково вважаємо 0° = 1° = Λ - порожнє слово. Отже на слова 1° = Λ, 11 = 1, 12 = 11, 13 = 111, .. дивитимемося як на "зображення" натуральних чисел 0, 1, 2, 3, ..відповідно.

Таким чином, попереднє слово можна представити наступним чином: . Далі, починати переробку даного слова будемо із стандартного початкового положення, тобто з положення, при якому в стані q1 оглядається крайня права одиниця записаного слова. Якщо функція *f*(*х1, х2, ..., хп* ) визначена на цьому наборі значень аргументів, то в результаті на стрічці повинно бути записано підряд *f*(*х1, х2, ..., хп* ) одиниць; інакше машина повинна працювати нескінченно. При виконанні усіх перерахованих умов говоритимемо, що *машина Тюринга обчислює цю функцію*. Таким чином, сформульоване визначення стає абсолютно строгим.

Приведемо програми машин Т'юринга, які правильно обчислюють функції

Приклад 1. S(x) = х + 1. Функція здійснює переведення: q101x0 => q001x+1. Початковий і кінцевий стани повинні знаходитися на нулі зліва. Її програма: q10→q2П, q21→q21П, q20→q31, q31→q31Л, q30→q00.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A/Q | q1 | q2 | q3 |
| 0 | q20П | q31 | q00 |
| 1 |  | q21П | q31Л |

Перевірити роботу на словах.

Приклад 2. О(х) = 0. Функція О(x) = 0 здійснює переведення: q101x0 => q000x+1. Її програма: q10→q20П, q21→q21П, q20→q30Л, q31→q40, q40→q30Л, q30→q00. Відповідну машину Т'юринга позначили О (онулення).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A/Q | q1 | q2 | q3 | q4 |
| 0 | q20П | q30Л | q00 | q30Л |
| 1 |  | q21П | q40 |  |

Перевірити роботу на словах.

Приклад 3. Побудувати машину "ліве зрушення" Б-, з початкового стандартного положення оброблюється слово 01x*q*10 в те ж саме слово і зупиняється, оглядаючи найлівішу комірку з нулем *q*001x0.

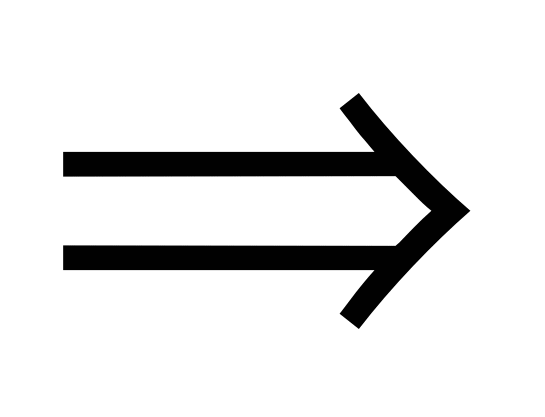
Програма машини Б-: q10→ q20Л, q2l → q2lЛ, q20 → q00.

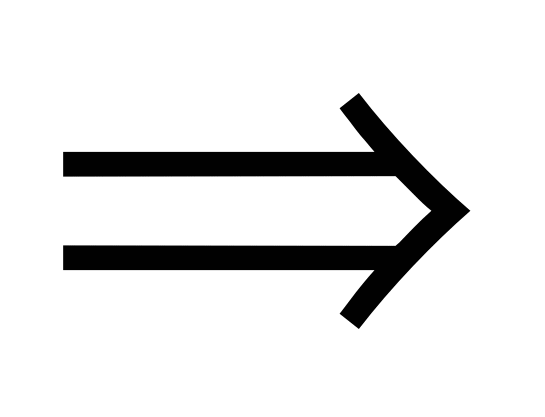
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A/Q | q1 | q2 |
| 0 | q20Л | q00 |
| 1 |  | q2lЛ |

Перевірити роботу на словах.

Приклад 4. Побудувати машину "праве зрушення" Б+ Друга машина з початкового стану, в якому оглядається ліва комірка з нулем, слово *q*101x0 переробляє в те ж саме слово і зупиняється, оглядаючи найправішу комірку з нулем 01x*q*00.

Ясно, що програма машини Б+ виходить з програми Б- машини з заміною символу "Л" символом "П". Написати програму цієї машини, та перевірити роботу на словах.

Приклад 5. Машина Т'юринга називається "транспозицією" і позначається В, здійснює перехід 01*xq*101*y*0  01*yq*001*x*0.

Приклад 6. Машина Т'юринга (називається "подвоєння" і позначається Г), здійснює перехід *q*101*x*0  *q*001*x*01*x*0.

(Побудувати самостійно у варіантах)

**Індивідуальні завдання.**

Виберіть індивідуальне завдання відповідно варіанту.

Завдання 1. Доведіть що задана функція обчислювана за Тюрингом, для чого побудуйте машину Тюринга яка її обчислює.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № варіанту | Завдання 1 | Завдання 2 |
|  | *f*(*x, y*) = *x* + *y*. | Побудувати машину Тюринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Тюринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудуйте машину Тюринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  |  | Побудувати машину Тюринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Тюринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  | . | Побудуйте машину Тюринга яка називається " Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  | *f*(*x, y*) = *x – y* (*x* ≥ *y*). | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  | - ціла частина  числа . | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  | . | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  | . | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Тюринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  |  | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  | *f*(*x, y*) = *x – y* (*x* ≥ *y*) | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  | - ціла частина  числа . | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  | . | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  | . | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  |  | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |
|  |  | Побудувати машину Т'юринга яка називається "транспозицією" і позначається В, та здійснює переведення 01*xq*101*y*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif 01*yq*001*x*0. |
|  | , початковий стан на нулику зліва від одиниць, кінцевий стан на тій же комірці, що й початковий, наприклад:  q101x 0=> q0010 | Побудувати машину Т'юринга яка називається "подвоєння" і позначається Г, та здійснює переведення *q*101*x*0 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif *q*001*x*01*x*0. |
|  | . | Побудуйте машину Т'юринга яка називається "Перенесення нуля" і  позначається А, що здійснює переведення слова *q*1001*x*10 http://rudocs.exdat.com/pars_docs/tw_refs/14/13985/13985_html_m7323a272.gif*q*001*х*00. |